

קורס לתואר שני:

**נושאים מתקדמים באלגברה לינארית עם יישומים למערכות דינמיות**

## **Advanced topics in linear algebra with applications to dynamical systems**

הקורס יינתן בסמסטר א' הקרוב, בימי שני 16-18

The course will be given in the first semester of 2021, Mondays 16-18

מרצה: פרופ' מיכאל מרגליות [www.eng.tau.ac.il/~michaelm](http://www.eng.tau.ac.il/~michaelm)

Lecturer: Prof. Michael Margaliot

הקורס יעסוק במטריצות שהן totally positive (TP) כלומר כל מינור שלהן חיובי. למטריצות כאלו תכונות מתמטיות עשירות ויפות ויש להן יישומים בסטטיסטיקה, תורת הקירובים, ביולוגיה מתמטית, ועוד. אחת התכונות החשובות היא שכאשר כופלים וקטור במטריצה TP מספר הילופי הסימן בוקטור יכול רק לקטון. תכונה זו נקראת ה variation diminishing property (VDP). לאחרונה התגלה שתוצאות רבות וחשובות על היציבות של מערכות דינמיות לא-לינאריות נובעות למעשה מתכונת ה VDP. הקורס יכלול שני חלקים. בראשון נלמד את התכונות המיוחדות של מטריצות TP. החלק השני יעסוק ביישום של מטריצות אלו בניתוח היציבות של מערכות דינמיות.

A matrix is called totally positive (TP) if all its minors are positive. Such matrices enjoy a beautiful and rich theory and have found applications in various fields including statistics, approximation theory, mathematical biology and more. One of their most important properties is that multiplying a vector by a TP matrix can only decrease the number of sign changes in the vector. This property is known as the variation diminishing property (VDP) of TP matrices. It has been recently shown that many strong and interesting results on the stability of nonlinear dynamical systems actually follow from the VDP. The course includes two parts. The first reviews totally positive matrices and their rich set of special properties. The second part describes their applications to the stability analysis of nonlinear dynamical systems.

קדם: קורס באלגברה לינארית וקורס במשוואות דיפרנציאליות.

ציון הקורס: יקבע על סמך תרגילי בית ומבחן סופי.

Requirements: homework exercises and final exam.

מקורות:

Fallat and Johnson. *Totally Nonnegative Matrices*. Princeton University Press. 2011.

Margaliot and Sontag. Revisiting totally positive differential systems: a tutorial and new results, *Automatica*, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.11.016>

Pinkus. *Totally Positive Matrices*. Cambridge University Press, 2010.

Schwarz. Totally positive differential systems, *Pacific J. Math.*, 32(1):203-229, 1970.

Week 1: introduction: the work of Smillie and Smith on nonlinear cooperative dynamical systems; number of sign variations as a discrete-valued Lyapunov function

Week 2: minors of a matrix; the Cauchy–Binet formula; definition of totally positive and totally nonnegative matrices

Week 3: Jacobi matrices; algebraic and graph-theoretical descriptions of irreducibility, oscillatory matrices

Week 4: multiplicative and additive compound matrices

Week 5: sign variation diminishing properties of totally positive matrices and strictly sign-regular matrices

Week 6: spectral properties of oscillatory matrices

Week 7: totally positive differential systems (TPDSs): definition and properties

Week 8: necessary and sufficient conditions for TPDS

Week 9: periodic TPDSs; Floquet theory

Week 10: applications to stability analysis; when is the variational equation a TPDS?

Week 11: the omega limit set-definition and properties

Week 12: proof of stability and entrainment when the variational equation is a TPDS

Week 13: summary and directions for future research